

1 میدان برداری

$$\mathbf{F} = \hat{x} y^2 + \hat{y} 2xy$$

را در نظر بگیرید، که  $(x, y, z)$  مختصات دکرتی اند.  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  کدام است؟

- a 0      b  $(2x)$       c  $(2y)$       d  $(2x + 2y)$
- 

2 در مسئله ی پیش،  $(\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \hat{z}$  کدام است؟

- a 0      b  $(2x)$       c  $(2y)$       d  $(2x + 2y)$
- 

3 میدان برداری

$$\mathbf{G} = \hat{\rho} (3\rho^2 \cos \varphi \sin^2 \varphi) + \hat{\varphi} (2\rho^2 \cos^2 \varphi \sin \varphi - \rho^2 \sin^3 \varphi)$$

را در نظر بگیرید، که  $(\rho, \varphi, z)$  مختصات استوانه‌ای اند.  $\nabla \cdot \mathbf{G}$  کدام است؟

- a 0      b  $(2\rho \cos \varphi)$       c  $(2\rho \sin \varphi)$

d  $[2\rho(\cos \varphi + \sin \varphi)]$

---

4 در مسئله ی پیش،  $(\nabla \times \mathbf{G}) \cdot \hat{z}$  کدام است؟

- a 0      b  $(2\rho \cos \varphi)$       c  $(2\rho \sin \varphi)$

d  $[2\rho(\cos \varphi + \sin \varphi)]$

---

5 1 همانی و  $c$  یک عدد مختلط است.  $(c1)$ ،

a حتمن ارمیتی است      b حتمن یکانی است      c لزومن بهنجار نیست

d حتمن بهنجار است ولی ممکن است ارمیتی یا یکانی نباشد

6 میدان برداری  $F = \hat{x} x$  را در نظر بگیرید، که مختصات دگرته  $(x, y, z)$  اند.  $\oint_S dS \hat{n} \cdot F$  کدام است؟  $S$  کره ای به مرکز مبدا و با شعاع یک، و  $\hat{n}$  بردار یکه ی عمود بر کره به سوی بیرون است.

- a 0      b  $\frac{4\pi}{3}$       c  $2\pi$       d  $4\pi$
- 

7 در مسئله ی پیش،  $\oint_C dr \cdot F$  کدام است؟  $C$  یک دایره به شعاع یک در صفحه ی  $z = 0$  است، که مثلثاتی پیموده میشود.

- a 0      b  $\frac{4\pi}{3}$       c  $2\pi$       d  $4\pi$
- 

8 مختصات  $(r, \theta, \varphi)$  کروی اند، و  $e_i$  مشتق بردار مکان نسبت به  $r^i$  (مختصه ی  $i$  م) است.  $(e_1 \times e_2)$  کدام است؟

- a 0      b  $\frac{e_3}{\sin \theta}$       c  $e_3$       d  $e_3 \sin \theta$
- 

9  $A$  یک ماتریس است که صفر یا یک نیست، و رابطه ی  $A^2 = A$  را برمی آورد. ویژه مقدارها ی  $A$  کدام اند؟

- a فقط صفر      b فقط یک      c فقط صفر و یک      d هیچ یک از گزینه ها ی پیش درست نیست
- 

10 در مسئله ی پیش  $A$ ،

- a حتمن قطری-شدنی است  
 b با هر ضرب داخلی بی ارمیتی است  
 c با هر ضرب داخلی بی پادارمیتی است  
 d با هر ضرب داخلی بی یکانی است

**11** مختصات سهموی  $(\xi, \eta)$  بر حسب مختصات دکرتی  $(x, y)$  چنین  
تعریف میشوند.

$$\xi := \frac{1}{2}(\sqrt{x^2 + y^2} + y) \quad \eta := \frac{1}{2}(\sqrt{x^2 + y^2} - y).$$

مثلفه‌ها ی متریک در این مختصات را با  $g_{\xi\xi}$ ،  $g_{\eta\eta}$  و  $g_{\xi\eta}$  نشان می‌دهیم.  $g_{\xi\xi}$  و  $g_{\eta\eta}$  را بیابید.

---

**12** در مسئله ی پیش،  $g_{\xi\eta}$  و  $\varepsilon_{\xi\eta}$  را بیابید.  $\varepsilon$  یک تانسور حجم سازگار با متریک است، و  $(\xi, \eta)$  راستگرد است.

---

**13** موفق باشید.

1390/10/25

امتحان پایانی ریاضی - فیزیک I

این امتحان شامل 10 سؤال چهارگزینه‌ای و 2 مسئله است. در سئالها ی چهارگزینه‌ای، می‌توانید بیش از یک گزینه را هم انتخاب کنید. البته هر سؤال یک و فقط یک گزینه ی درست دارد. هر پاسخ درست +3 نمره، هر پاسخ نادرست -1 نمره، و هر گزینه ی سفید- گذاشته- شده 0 نمره دارد. مسئله‌ها ی 11 و 12 هر کدام 10 نمره دارند. جواب نهایی ی مسئله‌ها را حتمن در مستطیله‌ها بنویسید، و فقط پاسخنامه را تحویل بدهید.

نام: محمد

نام خانواده‌گی: خرمی

شماره ی دانشجویی: 0

| d | c | b | a |    |
|---|---|---|---|----|
|   |   | ■ |   | 1  |
|   |   |   | ■ | 2  |
|   |   | ■ |   | 3  |
|   |   |   | ■ | 4  |
| ■ |   |   |   | 5  |
|   |   | ■ |   | 6  |
|   |   |   | ■ | 7  |
|   |   | ■ |   | 8  |
|   | ■ |   |   | 9  |
|   |   |   | ■ | 10 |

11  $g_{\xi\xi} = 1 + \frac{\eta}{\xi}$

$$g_{\eta\eta} = 1 + \frac{\xi}{\eta}$$

12  $g_{\xi\eta} = 0$

$$\varepsilon_{\xi\eta} = \frac{\xi + \eta}{\sqrt{\xi\eta}}$$