

نزدیک‌ترین هم‌سایه ی زمین (پس از ماه)

نزدیک‌ترین هم‌سایه ی زمین پس از ماه کدام سیاره (یا ستاره) ی منظومه ی شمسی است؟ سؤال عجیب ی به نظر می‌رسد. آن‌ها بی که فقط اندک ی با منظومه ی شمسی آشنا باشند، خواهند گفت ناهید؛ شاید اول بین ناهید و بهرام مردد بمانند. اما کم ی بیش تر دقت کنید. سؤال این نیست که شعاع مدار کدام یک از سیاره‌ها به شعاع مدار زمین نزدیک‌تر است. در واقع اصولاً فاصله ی جرم‌ها ی منظومه ی شمسی از هم متغیر است (مگر دو جرم مورد نظر در مدار ی تقریباً دایره‌ای دور هم بگردند). پس اول باید روشن کرد منظور کدام فاصله ی جرم‌ها ی منظومه ی شمسی از زمین است. سؤال بی‌ابهام این است. میان‌گین زمانی ی فاصله ی کدام جرم منظومه ی شمسی از زمین کم‌ترین است (البته جز خود زمین و ماه)؟

برای جواب، این تقریب را به کار می‌بریم که مدار سیاره‌ها دور خورشید دایره، و این دایره‌ها هم صفحه‌اند. به این ترتیب، همه ی سیاره‌ها با سرعت زاویه‌ای ی ثابت دور خورشید می‌گردند. پس میان‌گین زمانی را می‌شود با میان‌گین زاویه‌ای (زاویه ی بین خط‌هایی که زمین و جرم دیگر را به خورشید وصل می‌کنند) جای‌گزین کرد. به این ترتیب، میان‌گین فاصله می‌شود

$$D(x) = \frac{R}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi (1 - 2x \cos \phi + x^2)^{1/2},$$

که R شعاع مدار زمین به دور خورشید، و xR شعاع مدار جسم دیگر است. حالا سؤال می‌شود این که به ازای x کدام یک از جسم‌ها ی منظومه ی شمسی، $D(x)$ از همه کم‌تر است. مشتق دوم D نسبت به x می‌شود

$$D''(x) = \frac{R}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \sin^2 \phi (1 - 2x \cos \phi + x^2)^{-3/2},$$

این عبارت مثبت است. به‌سادگی می‌شود دید $D'(0) = 0$. پس $D'(x)$ در $x > 0$ مثبت است. از این‌جا معلوم می‌شود $x = 0$ تابع D را کمینه می‌کند. به این ترتیب، نزدیک‌ترین جسم منظومه ی شمسی به زمین (بعد از زمین و ماه) ناهید است، نه بهرام، و نه هیچ سیاره ی دیگری؛ بل که **خورشید** است.