

گالیئو و برج - کج - پیزا

یک افسانه ی علمی می گوید گالیئو [1] برای نشان دادن این که سرعت سقوط اجسام به وزنشان بسته گی ندارد، دو وزنه ی متفاوت را هم زمان از بالا ی برج - کج - پیزا رها کرد، و حاضران مشاهده کردند این دو وزنه با هم به زمین می رسند.

برای جسم ی که با سرعت v ته چندان کم (عدد ریئلدز [2] بیش از چند هزار) در یک شاره حرکت می کند، مقاومت هوا با مجذور سرعت جسم (نسبت به شاره) متناسب است. عدد ریئلدز برابر با Rv/ν است، که v سرعت جسم، ν گرانروی ی سینماتیکی ی شاره، و R اندازه ی جسم است. برای جسم ی به اندازه ی 10 cm و سرعت 30 m/s (متناظر با سقوط از ارتفاع 50 m) این عدد (در هوا با $\nu = 1.5 \text{ m}^2/\text{s}$) حدود 10^5 می شود. در این حالت معادله ی حرکت جسم ی که در نزدیکی ی زمین بدون سرعت اولیه سقوط می کند، $\ddot{y} = -g + \alpha \dot{y}^2$ است، که y ارتفاع از سطح زمین، g اندازه ی شتاب گرانش، و $\alpha = \rho/(\rho' R)$ است. ρ چگالی ی هوا و ρ' چگالی ی جسم است؛ و برای یک کره، R برابر است با $(4/3)$ برابر شعاع. جواب معادله ی حرکت بالا $y = h - \alpha^{-1} \ln[\cosh(\sqrt{\alpha g} t)]$ است، که h ارتفاع اولیه است.

ارتفاع برج - پیزا تقریباً 50 m است. α برای یک گلوله ی سربی به اندازه ی 10 cm، یک گلوله ی سربی به اندازه ی 5 cm، و یک گلوله ی چوبی به اندازه ی 10 cm، به ترتیب $1.1 \times 10^{-3}/\text{m}$ ، $2.2 \times 10^{-3}/\text{m}$ ، و $1.5 \times 10^{-2}/\text{m}$ است. (چگالی ی هوا، سرب، و چوب، به ترتیب $1.2 \text{ kg}/\text{m}^3$ ، $1.1 \times 10^4 \text{ kg}/\text{m}^3$ ، و $8 \times 10^2 \text{ kg}/\text{m}^3$ است.)

اگر این سه گلوله هم زمان از بالا ی برج - پیزا رها شوند، گلوله ها ی سربی ی 10 cm ی و 5 cm ی به فاصله ی زمانی ی 0.03 s به زمین می رسند، و فاصله یشان در نزدیکی ی سطح زمین 90 cm است؛ گلوله ها ی سربی و چوبی ی 10 cm ی به فاصله ی زمانی ی 0.4 s به زمین می رسند، و فاصله یشان در نزدیکی ی سطح زمین 8 m است.

واقعاً گالیئو این آزمایش را انجام داده؟

[1] Galileo

[2] Reynolds