N ذره‌ی یکسان و تشخیص‌پذیر، با دو تراز انرژی
هر کدام در حالت‌های ۰ و ۱ با انرژی‌های ε_0 و ε_1.

$$\beta = \frac{1}{k_B T}$$

$$\Delta = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_1}{2}$$

$$\frac{U}{N} = \bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} \tanh \frac{\beta\Delta}{2}$$

$T > 0$ ، $\beta > 0$:

$T \to +\infty$ ، $T \to 0$

$$\varepsilon_0 < \frac{U}{N} < \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_1}{2}$$

$$\frac{C}{N} = \frac{d\left(\frac{U}{N}\right)}{dT} = \frac{d\beta}{dT}\,\frac{d\left(\frac{U}{N}\right)}{d\beta} = -\frac{1}{k_B T^2}\left(-\frac{\Delta^2}{4}\,\frac{1}{ch^2\frac{\beta\Delta}{2}}\right)$$

$$\frac{C}{N k_B} = \left(\frac{\beta\Delta}{2}\right)^2 \frac{1}{ch^2\left(\frac{\beta\Delta}{2}\right)}$$

$$\frac{S}{k_B} = \ln\Omega = N\ln N - N_1 \ln N_1 - N_0 \ln N_0 \qquad (N = N_0 + N_1)$$

$$= N_1 \ln\frac{N}{N_1} + N_0 \ln\frac{N}{N_0}$$

$$\frac{N_1}{N} = \frac{e^{-\frac{\beta\Delta}{2}}}{2ch\frac{\beta\Delta}{2}} \qquad \frac{N_0}{N} = \frac{e^{\frac{\beta\Delta}{2}}}{2ch\frac{\beta\Delta}{2}}$$

$$\frac{S}{N k_B} = \frac{e^{-\frac{\beta\Delta}{2}}}{2ch\frac{\beta\Delta}{2}} \ln \frac{2ch\frac{\beta\Delta}{2}}{e^{-\frac{\beta\Delta}{2}}}$$

$$+ \frac{e^{\frac{\beta\Delta}{2}}}{2ch\frac{\beta\Delta}{2}} \ln \frac{2ch\frac{\beta\Delta}{2}}{e^{+\frac{\beta\Delta}{2}}}$$

$$= \ln\left(2ch\frac{\beta\Delta}{2}\right) - \frac{\beta\Delta}{2} th\frac{\beta\Delta}{2}$$

$$\frac{U}{N} = \bar{\varepsilon} - \frac{\Delta}{2} th \frac{\beta\Delta}{2} \qquad \frac{C}{Nk_B} = \frac{\left(\beta\frac{\Delta}{2}\right)^2}{ch^2 \frac{\beta\Delta}{2}}$$

$$\frac{S}{Nk_B} = \ln\left(2ch\frac{\beta\Delta}{2}\right) - \frac{\beta\Delta}{2} th \frac{\beta\Delta}{2}$$

$$\frac{C}{Nk_B} = T\frac{d}{dT}\left(\frac{S}{Nk_B}\right) = -\beta\frac{d}{d\beta}\left(\frac{S}{Nk_B}\right)$$

$$= -\beta\left\{\frac{\Delta}{2} th\frac{\beta\Delta}{2} - \frac{\Delta}{2} th\frac{\beta\Delta}{2} - \frac{\beta\Delta^2}{4}\frac{1}{ch^2\frac{\beta\Delta}{2}}\right\}$$

$$= \left(\frac{\beta\Delta}{2}\right)^2 \frac{1}{ch^2\frac{\beta\Delta}{2}} \qquad \checkmark$$

نسبت به β نزولی است:

S نسبت به β (برای همه‌ی حالت‌ها نزولی و برای حالت‌های منفی صعودی است)

بیشینه‌ی S در $\beta=0$ رخ می‌دهد، $\left(\frac{S}{Nk_B}\right)_{max}=\ln 2$

کمینه‌ی S در $\beta\to\pm\infty$ رخ می‌دهد: $\left(\frac{S}{Nk_B}\right)_{inf}=0$ (در واقع انتظیم)

$2\operatorname{ch}\frac{\beta\Delta}{2}=e^{\left|\frac{\beta\Delta}{2}\right|}\left(1+e^{-|\beta\Delta|}\right)$ $\quad |\beta\Delta|\gg 1$

$$\ln\left(2\operatorname{ch}\frac{\beta\Delta}{2}\right) = \left|\frac{\beta\Delta}{2}\right| \left\{ 1 + e^{-|\beta\Delta|} + \dots \right\}$$

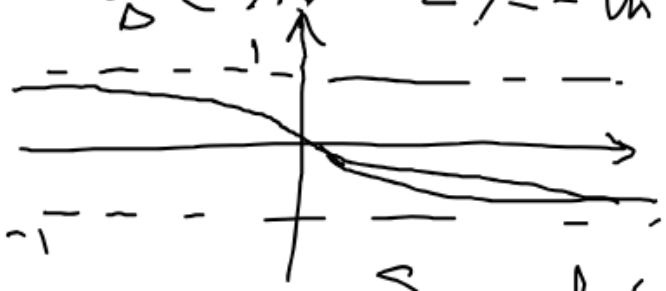
$$-\frac{\beta\Delta}{2}\operatorname{th}\frac{\beta\Delta}{2} = -\left|\frac{\beta\Delta}{2}\right| \operatorname{th}\left|\frac{\beta\Delta}{2}\right|$$

$$= -\left|\frac{\beta\Delta}{2}\right| \frac{1 - e^{-|\beta\Delta|}}{1 + e^{-|\beta\Delta|}} = -\left|\frac{\beta\Delta}{2}\right| \left(1 - 2e^{-|\beta\Delta|} + \dots \right)$$

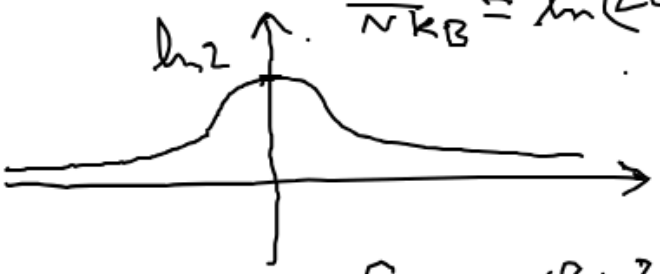
$$\ln\left(2\operatorname{ch}\frac{\beta\Delta}{2}\right) - \frac{\beta\Delta}{2}\operatorname{th}\frac{\beta\Delta}{2} = 3\left|\frac{\beta\Delta}{2}\right| e^{-|\beta\Delta|} + \dots$$

$$|\beta\Delta| \to \infty \longrightarrow 0$$

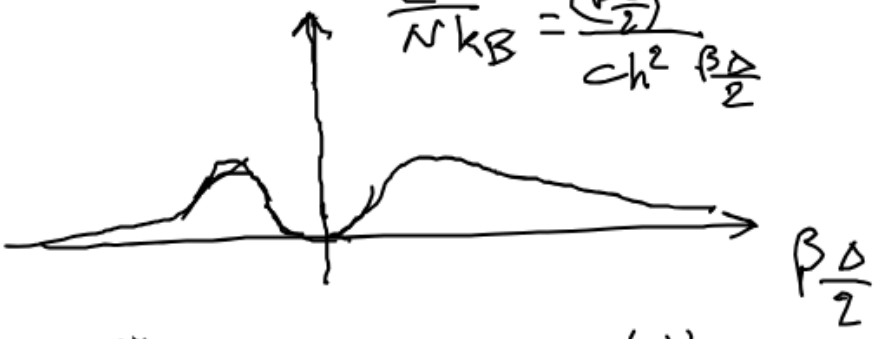
$$\frac{2}{\Delta}(U/N - \bar{\varepsilon}) = -\text{th}\,\beta\frac{\Delta}{2}$$



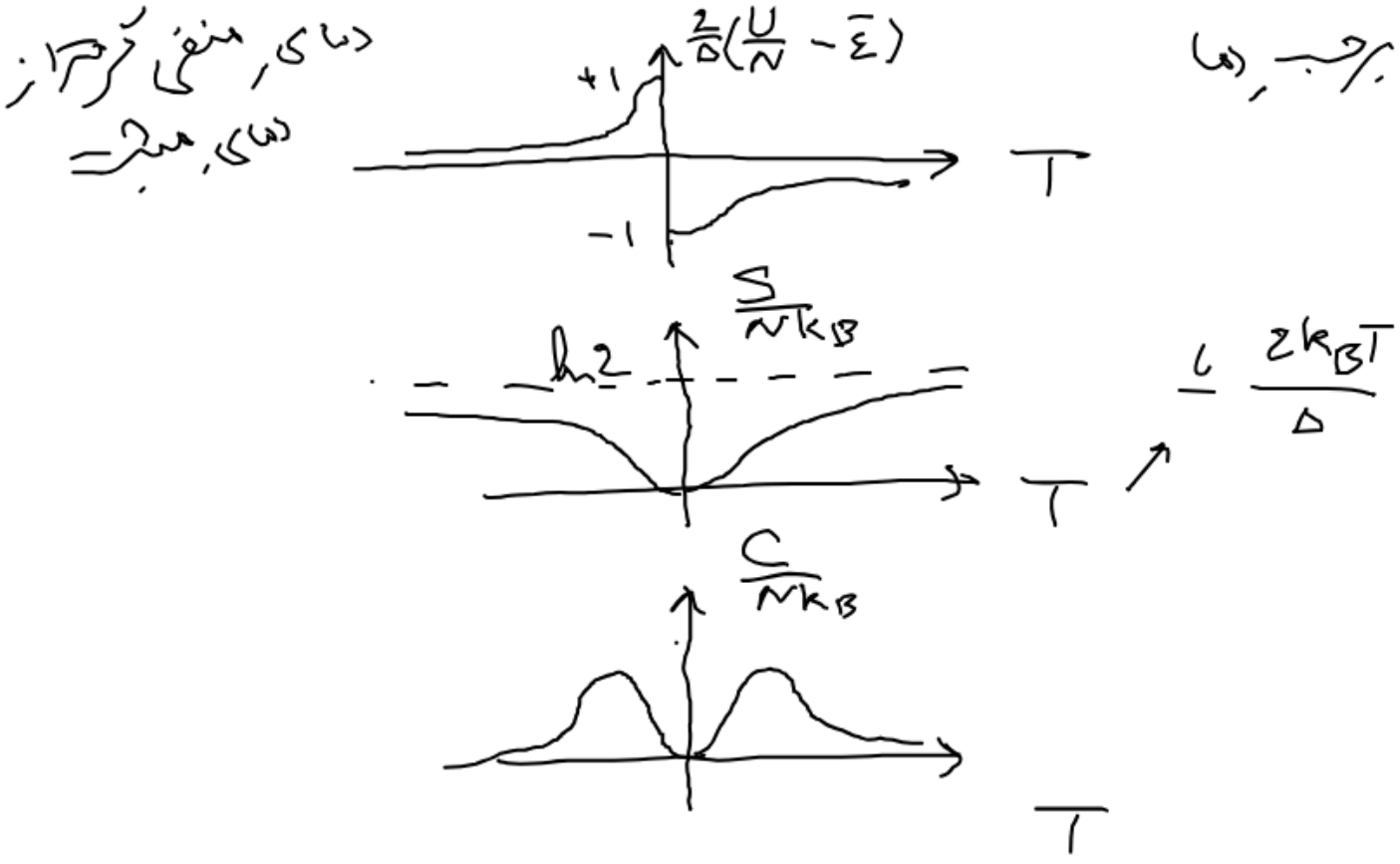
$$\frac{S}{Nk_B} = \ln\left(2\,\text{ch}\,\beta\frac{\Delta}{2}\right) - \beta\frac{\Delta}{2}\,\text{th}\,\beta\frac{\Delta}{2}$$



$$\frac{C}{Nk_B} = \frac{\left(\beta\frac{\Delta}{2}\right)^2}{\text{ch}^2\,\beta\frac{\Delta}{2}}$$



گرمای مخصوص مقدار بسیار کمی برای الکترون‌های مقید دارد.



برحسب (ها)

(های) منفی گرفته از (های) مثبت =

(های) منفی واقعی = ؟

وجود دهای منفی: به خاطر این کمانروی از بالا کرانه‌دار است.

پس میگرد به دهای $+\infty$ رسیده، با انرژی کار بیشتر،

دها منفی میشود.

برحسب دها، این بحث میتواند پیچیدگی در رفتار پیدا کند.

برحسب β، این ها پیچیدگی دیده نمیشود، با افزایش انرژی،

β کم میشود تا به صفر برسد، و بعد هم منفی شود.

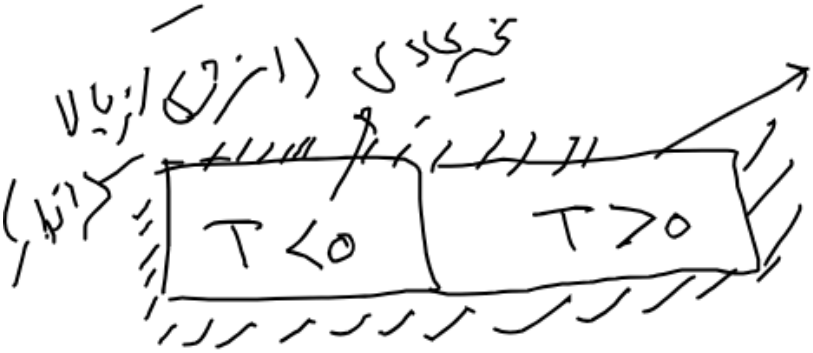
اگر انرژی از بالا کرانه ندارد، چنین نیست: با افزایش
انرژی (با مرتبه زیاد) همیشه به $\infty +$ نزدیک،
(اگر کم شده ولی به صفر نمی‌رسید).

برای سیستم‌های واقعی، انرژی از بالا بیکران است
(به خاطر انرژی‌های جنبشی).
حالت‌های منفی فقط وقتی داشتیم است که جمله انرژی جنبشی باشد

یعنی اگر انرژی از بخشی ناجنبشی به بخش جنبشی منتقل شد

ذرات نسبت به یک چارچوب ثابت گرم شوند.

گرم (برای رساندن گرما) برای یک سیستم چنین است.



انرژی از نوع انرژی ناشی از حرکت بی‌نظم ذرات

انرژی از نوع انرژی ناشی از حرکت منظم ذرات

$T<0$ کمتر از $T>0$

پس سیستم غیرعادی به سیستم عادی انرژی میدهد.

βهای عادی زیاد میشود (βهای عادی کم میشود)

βهای غیرعادی زیاد میشود (غیرعادی انرژی میدهد).

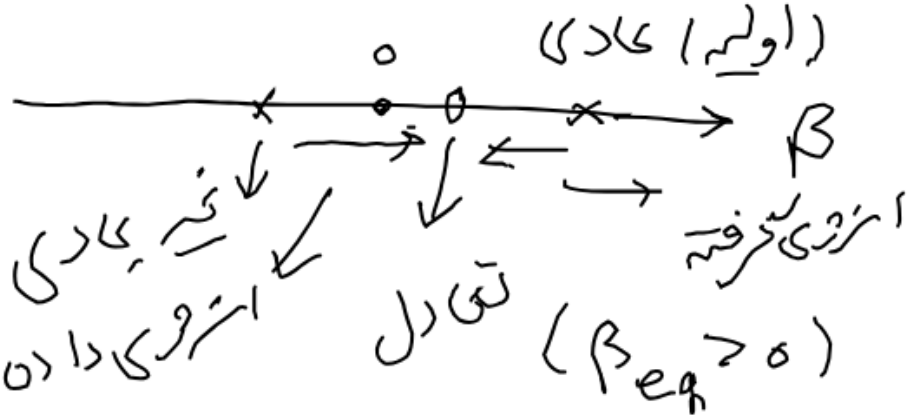
Tهای غیرعادی کم میشود.

سیستم عادی انرژی یکی از بالاکرانه‌ها نیست.

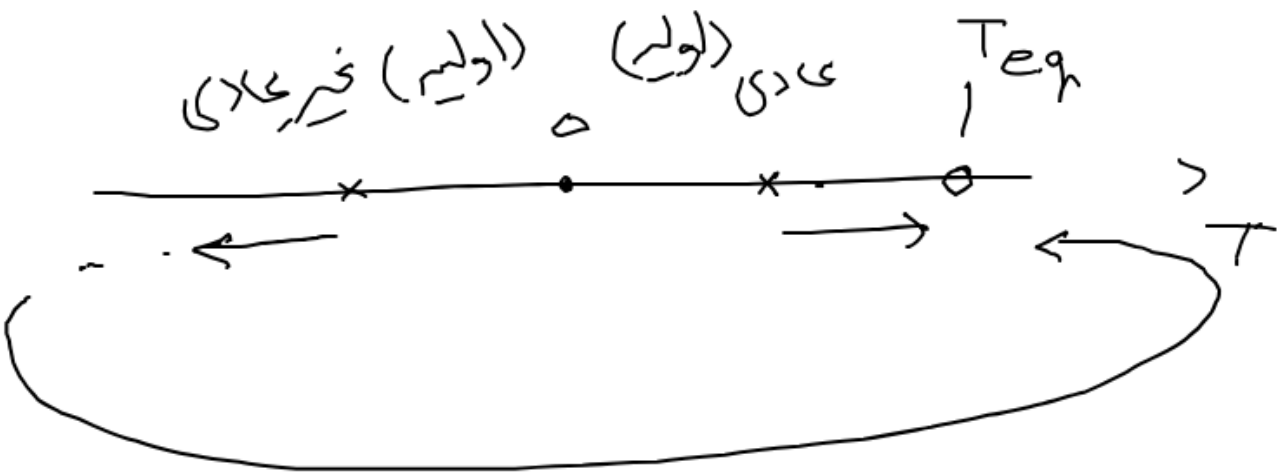
پس سیستم عادی میتواند نامحدود انرژی بگیرد و

(های کی $\infty +$ نمیشود (گ عادی میتوانند

صفر نمیشود). پس ⑤ دل در (های میتوانند رخ دهند.



برحسب $x(t)$



اگر x_0 در یکی از حالت $-\infty : +\infty$ باشد

به همچنان کم شده تا به T_{eq} برسد.