پدیده‌های ترابرد: مربوط به حرکت ذرات:

سطح کوچک $\frac{\text{تعداد ذرات}}{\text{زمان}}$ که به

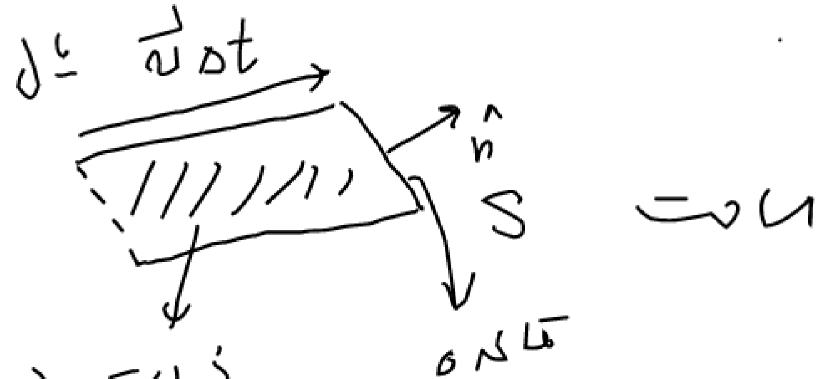
S

مساحت

این سطح برخورد می‌کنند (یا اگر سطح
روزنه باشد از آن بیرون
میروند)

گاز کامل
کلاسیک یا کوانتمی
(نا نسبیتی یا نسبیتی)

ذرات با سرعت $\vec{v}$



طی (Δt) به این سطح می‌رسند.

ارتفاع × مساحت قاعده =

تصویر مایل عمود بر قاعده

به طور کامل: سرعت ذرات عوض نکند.

تعداد این ذرات $= \frac{N}{V} \times$ حجم استوانه مایل.

حجم استوانه‌ی مایل $= \left[(\vec{v} \Delta t) \cdot \hat{n} \right] S$

$$= S (\vec{v} \cdot \hat{n}) \Delta t$$

اگر $\vec{v} \cdot \hat{n} \geq 0$

اگر $\vec{v} \cdot \hat{n} < 0$ ، ذرات از سطح دور می‌شوند.

$$\frac{\text{تعداد ذرات}}{\text{زمان} \times \text{مساحت}} = \frac{N}{V} \begin{cases} \vec{v} \cdot \hat{n} , & \vec{v} \cdot \hat{n} > 0 \\ 0 , & \vec{v} \cdot \hat{n} < 0 \end{cases}$$

$$= \frac{N}{V} (\vec{v} \cdot \hat{n}) \, \underbrace{\Theta}_{\text{تابع پله (هویساید)}} (\vec{v} \cdot \hat{n})$$

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

همه‌ی ذرات سرعتشان $\vec{v}$ نیست.

تعداد ذرات با سرعت در یک ناحیه‌ی d^3u : $N \rho_{\vec{v}}(\vec{u}) d^3u$

چگالی احتمال برای سرعت

$$\frac{\text{تعداد}}{\text{زمان} \times \text{مساحت}} = \frac{N}{V} \vec{v}\cdot\hat{n}\, \Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})$$

$$\longrightarrow \frac{N}{V} \int d^3u\, \rho_{\vec{v}}(\vec{u})\, (\vec{u}\cdot\hat{n})\, \Theta(\vec{u}\cdot\hat{n})$$

$$= \frac{N}{V} \left\langle \vec{v}\cdot\hat{n}\, \Theta(\vec{v}\cdot\hat{n}) \right\rangle$$

این برای همه‌ی گازهای کامل درست است: کلاسیک یا کوانتمی،
نانسبیتی یا نسبیتی. چیزی که بین این حالت‌ها فرق میکند $\rho_{\vec{v}}$ است.

یک شرط بر $\rho_{\vec{v}}$: همسانگردی: $\rho_{\vec{v}}(\vec{u})$ به جهت $\vec{u}$ وابسته نیست.

$\rho_{\vec{v}}(u)$ زاویه با $\hat{n}$ $(\hat{z}=\hat{n})$

$$d^3u = (u^2\,du)(\sin\theta)(d\theta)(d\varphi)$$

$$\langle (\hat{n}\cdot\vec{v})\,\Theta(\hat{n}\cdot\vec{v})\rangle = \langle (v\cos\theta_{\vec{v}})\,\Theta(v\cos\theta_{\vec{v}})\rangle$$

$$= \langle (v\cos\theta_{\vec{v}})\,\Theta(\cos\theta_{\vec{v}})\rangle$$

$$\langle (\vec{v}\cdot\hat{n})\,\Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})\rangle = \int (u^2\,du)\,(\sin\theta)\,(d\theta)\,(d\varphi)\,[\rho_{\vec{v}}(u)]$$

$$\times\,(u\cos\theta)\,\Theta(\cos\theta)$$

$$\int_0^{\pi}(d\theta)\,(\sin\theta)\,(\cos\theta)\,\Theta(\cos\theta) = \int_0^{\frac{\pi}{2}}(d\theta)\,(\sin\theta)\,(\cos\theta)$$

$$= \left[-\frac{\cos^2\theta}{2}\right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\int_0^{\pi}(d\theta)\,\sin\theta$$

$$\langle (\vec{v}\cdot\hat{n})\,\Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})\rangle = \frac{1}{4}\int (u^2\,du)\,(\sin\theta)\,(d\theta)\,(d\varphi)$$

$$\times\,[\rho_{\vec{v}}(u)]\,u = \frac{1}{4}\langle v\rangle$$

با تعریف طبق انتگرال

$$\langle (\vec{v}\cdot\hat{n})\,\Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})\rangle = \frac{1}{4}\langle v\rangle = \frac{1}{4}\langle |\vec{v}|\rangle$$

$$\frac{\text{تعداد}}{\text{زمان} \times \text{مساحت}} = J = \frac{1}{4}\frac{N}{V}\langle|\vec{v}|\rangle$$

چگالی جریان ذرات:

سیستم کامل با همسانگردی (خیلی از موارد هست) گاهی تقریب خوبی است.

$$\vec{J} = \frac{1}{4}\frac{N}{V}\langle|\vec{v}|\rangle\hat{n}$$

بردار چگالی جریان ذرات

نیروی وارد بر سطح ⟵ فشار :

ذره با سرعت $\vec{v}$ به سطح میخورد

مولفه ی عمود بر سطح تکانه قرینه میشود

$$\Delta \vec{p}_{\text{ذره}} = \underbrace{-(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n}}_{\text{بعد از برخورد}} - \underbrace{[(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n}]}_{\text{پیش از برخورد}}$$

$$= -2(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n}$$

$$\Delta \vec{p}_{\text{سطح}} = 2(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n}$$

نیرو = (تعداد ذرات / زمان) × تغییر تکانه‌ی ناشی از یک ذره

$$F\hat{n} = 2(\vec{p}\cdot\hat{n})\hat{n}\ \frac{N}{V}\left[\vec{v}\cdot\hat{n}\ \Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})\right]S$$

$$= PS\hat{n}$$

$$P = 2\frac{N}{V}(\vec{p}\cdot\hat{n})(\vec{v}\cdot\hat{n})\,\Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})$$

$$\longrightarrow 2\frac{N}{V}\left\langle(\vec{p}\cdot\hat{n})(\vec{v}\cdot\hat{n})\,\Theta(\vec{v}\cdot\hat{n})\right\rangle$$

$$\Theta(\vec{v}\cdot\hat{n}) = \Theta(\cos\theta_{\vec{v}})$$

$$P = 2\,\frac{N}{V}\int (u^2\,du)\,(\sin\theta)\,(d\theta)\,(d\varphi)\,\rho_{\vec{v}}(\vec{u})$$

$$|\vec{p}(\vec{u})|\,(\cos\theta)\,|\vec{u}|\,(\cos\theta)\;\Theta(\cos\theta)$$

$\rho_{\vec{v}}(u)$

مستقل از φ, θ

$$\int_0^{\pi}(d\theta)\,(\sin\theta)\,(\cos^2\theta)\;\Theta(\cos\theta)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\,(\sin\theta)\,\cos^2\theta = -\frac{\cos^3\theta}{3}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{6}\int_0^{\pi}(d\theta)\,\sin\theta$$

$$P = \frac{1}{3}\,\frac{N}{V}\int (u^2\,du)\,(\sin\theta)\,(d\theta)\,d\varphi$$

$$\times\,\rho_{\vec{v}}(u)\,|\vec{p}(\vec{u})|\,|\vec{u}|$$

$$P = \frac{1}{3}\frac{N}{V}\langle \vec{p}\cdot\vec{v}\rangle$$ گاز کامل، همسانگرد

با همپارش (کلاسیک)

$$\langle p_j v_j\rangle = k_B T \qquad \langle \vec{p}\cdot\vec{v}\rangle = 3k_B T$$

$$P = \frac{N k_B T}{V}$$ گاز کامل کلاسیک

در حالت کوانتمی، معادله‌ی حالت گاز کامل لزوماً این نمی‌شود.