

تابش - گرانشی

دو جسم به جرم‌های m و M (که تحت میدان گرانشی یکدیگر حرکت می‌کنند) انرژی گرانشی تابش می‌کنند. توان این تابش را می‌شود در حالت‌ها ی خاص، با ملاحظات بعدی تخمین زد. کمیت‌ها یعنی که در این مسئله وارد می‌شوند، عبارت اند از M ، توان تابش (P)، فاصله ی دو جسم از هم (r)، ثابت گرانش (G)، سرعت نور (c). با تحلیل بعدی معلوم می‌شود

$$P = (c^5/G) f[(G m r^{-1} c^{-2}), (G M r^{-1} c^{-2})],$$

که f یک تابع است. اگر $M \ll m$ ، آن‌گاه M تقریباً ساکن می‌ماند و چندقطبی‌ها ی جرمی یعنی که باعث تابش می‌شوند ناشی از m اند. میدان گرانشی ی تابشی، در پایین‌ترین رتبه متناسب با m است. پس توان تابشی باید متناسب با m^2 باشد. از این‌جا معلوم می‌شود در این حالت، $f(x, y) = x^2 g(y)$ ، که g یک تابع دیگر است.

متغیر دوم f برابر است با $(r^2 \Omega^2 c^{-2})$ ، که Ω سرعت زاویه‌ای ی گردش m دور M است. اگر $1 \ll (r \Omega c^{-1})$ ، آن‌گاه می‌شود g را بر حسب متغیر ش بسط تیلر داد. جمله‌ی صفرم بسط Ω ندارد، پس باید صفر باشد؛ چون برا ی تابش گرانشی تغییر چندقطبی‌ها ی جرمی لازم است. جمله‌ی اول بسط به مشتق اول تک‌قطبی ی جرمی، و جمله‌ی دوم بسط به مشتق دوم دوقطبی ی جرمی مربوط می‌شود. پس این دو جمله هم صفر اند. (جرم کل ثابت است، و دوقطبی ی گرانشی هم نسبت به مرکز جرم صفر است). به این ترتیب، اولین جمله‌ی غیرصفر بسط تیلر g جمله‌ی سه‌وم است، که متناظر است با مشتق سه‌وم چهارقطبی ی گرانشی. پس،

$$P = k (c^5/G) (G m r^{-1} c^{-2})^2 (G M r^{-1} c^{-2})^3.$$

ثابت k است که با تحلیل بعدی به دست نمی‌آید. از رابطه ی بالا، مقدار توان تابشی ی گرانشی برا ی سیستم زمین و خورشید از مرتبه $W = 30$ می‌شود و با استفاده از $k = 32/5$ ، مقدار این توان $W = 200$ به دست می‌آید.