

## مکعب و کره، حجم و مساحت

|                   |                                                             |
|-------------------|-------------------------------------------------------------|
| $T_n$             | حجم یک مکعب $n$ -بُعدی به نیم-ضلع یک                        |
| $P_{n-1}$         | مساحت مرز یک مکعب $n$ -بُعدی به نیم-ضلع یک                  |
| $B_n$             | حجم گوی محاطی (یک گوی $n$ -بُعدی به شعاع یک)                |
| $S_{n-1}$         | مساحت کره ی محاطی (یک کره ی $n$ -بُعدی به شعاع یک)          |
| $\tilde{B}_n$     | حجم گوی محیطی (یک گوی $n$ -بُعدی به شعاع $\sqrt{n}$ )       |
| $\tilde{S}_{n-1}$ | مساحت کره ی محیطی (یک کره ی $n$ -بُعدی به شعاع $\sqrt{n}$ ) |

$$(T_n, P_{n-1}) = (1, n) 2^n.$$

$$(B_n, S_{n-1}) = (1, n) \frac{\pi^{n/2}}{(n/2)!}.$$

$$(\tilde{B}_n, \tilde{S}_{n-1}) = (1, \sqrt{n}) \frac{(n\pi)^{n/2}}{(n/2)!}.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( \frac{B_n}{T_n} \right)^{1/n}, \left( \frac{S_{n-1}}{P_{n-1}} \right)^{1/(n-1)} \right] = 0.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( \frac{\tilde{B}_n}{T_n} \right)^{1/n}, \left( \frac{\tilde{S}_{n-1}}{P_{n-1}} \right)^{1/(n-1)} \right] = \sqrt{\frac{\pi e}{2}} (1, 1).$$